

Estrategias Evolutivas Aplicadas a Registro de Imágenes

Héctor Fernando Gómez García, Arturo Hernández Aguirre,
José Luis Marroquín Zaleta, Salvador Botello Rionda.

Centro de Investigación en Matemáticas, CIMAT.
Departamento de Ciencias de la Computación. Guanajuato, México.

hector, artha, jlm, botello@cimat.mx

Resumen

Presentamos un algoritmo de registro de imágenes basado en estrategias evolutivas como técnica de optimización. Se propone el uso de una pirámide Gaussiana, es decir, las imágenes a registrar son multiescaladas y filtradas en un proceso descendente; posteriormente son registradas de manera ascendente. Al comparar con métodos de gradiente nuestra técnica mostró ser mas robusta e insensible al ruido.

1. Introducción

El registro de imágenes es una técnica de gran importancia dentro del procesamiento digital de imágenes. Es utilizado para alinear espacialmente una o más imágenes adquiridas en instantes de tiempo diferentes, desde perspectivas distintas, o mediante varias modalidades. Su aplicación ha resultado en una herramienta de gran utilidad en varias áreas, entre las que destacan la visión computacional, el procesamiento de datos adquiridos remotamente y la medicina, en esta última es utilizada con fines de diagnóstico de enfermedades principalmente [1].

La computación evolutiva está formada por un conjunto de técnicas de optimización estocástica entre las que encontramos a los algoritmos genéticos, la programación evolutiva y las estrategias evolutivas. Estas últimas se destacan del resto debido a la facilidad con que son implementadas y al gran porcentaje de éxito que se obtiene en sus aplicaciones [7]. En el presente trabajo exploramos la aplicación de las estrategias evolutivas al problema de registro de imágenes (una descripción mas completa desarrollada por los autores se encuentra en [4]).

2. Registro de Imágenes

Matemáticamente afirmamos que un par de imágenes $I_1(x)$, $I_2(x)$ se encuentran registradas, si podemos encontrar una transformación $T(x)$, tal que la siguiente igualdad se cumpla

$$I_1 [T(x)] = I_2(x) \quad (1)$$

A lo largo de este trabajo, llamaremos a $I_1(x)$ *imagen de referencia*, $I_2(x)$ *imagen objetivo*, $T(x)$ es una *transformación de coordenadas* que toma su argumento x de Z^2 en el caso de imágenes bidimensionales, o de Z^3 para arreglos de imágenes o imágenes tridimensionales. La imagen $I_1 [T(x)]$, se denomina *imagen de prueba* y representa el resultado de aplicar la transformación $T(x)$ a la imagen de referencia. Los valores de intensidad de la imagen de prueba se calculan mediante interpolación numérica sobre los puntos con coordenadas enteras de la imagen de referencia pudiendo utilizar para ello interpolación por splines o simplemente interpolación lineal, dependiendo del grado de exactitud que se quiera obtener.

La ecuación 1, representa una igualdad entre matrices, en la que cada entrada se hace corresponder con un punto de la imagen, y el valor numérico de dicha entrada mide la intensidad del punto de la imagen asociado a ella.

Si la transformación de coordenadas $T(x)$ puede ser definida mediante un conjunto pequeño de parámetros $\theta = [\theta_1, \dots, \theta_m]$ (como supondremos en el resto de este trabajo), el registro se denomina *registro paramétrico* y el problema se reduce a encontrar los valores de los componentes del vector θ que aproximen de la mejor manera la ecuación 1. Entre tales transformaciones encontramos las *transformaciones afines* las cuales pueden expresarse como la multiplicación de una matriz cualquiera por el vector de coordenadas x más un vector de traslación

$$T(\theta, x) = Ax + t \quad (2)$$

La matriz A puede considerarse como la composición de transformaciones matriciales más simples [3]

$$A = RSC$$

R es una matriz de rotación, S es una matriz de escalamiento y C es una matriz de cizallamiento. La factorización de la matriz A no se realiza necesariamente en ese orden.

Las transformaciones afines son de gran utilidad en el registro de imágenes debido a la composición de operaciones que engloban.

A partir de la ecuación 1. podemos definir un valor residual sobre cada punto de la imagen objetivo de la siguiente manera

$$r(x_i) = I_1 [T(\theta, x_i)] - I_2(x_i)$$

$i = 1, \dots, N$. Siendo N el número de puntos de la imagen objetivo.

Los algoritmos de registro buscarán minimizar este valor para cada punto de la imagen objetivo.

3. Estrategias Evolutivas

Las *estrategias evolutivas* son técnicas de optimización estocásticas que imitan los procesos evolutivos de las especies en la naturaleza [5],[6]. Están basadas en una población de individuos (cada uno de los cuales representa una posible solución al problema de optimización) sobre la cual se aplican operadores genéticos probabilísticos como la recombinación y la mutación, para dirigir la búsqueda hacia el óptimo mediante la selección de los mejores individuos generados durante el proceso. Las estrategias evolutivas buscan encontrar el vector de parámetros θ^* que maximice la función objetivo $f(\theta) : \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}$

Cada individuo es representado a través de dos vectores m - dimensionales

$$\mathbf{I} = \mathbf{a} = [\theta, \sigma] = [\theta_1, \dots, \theta_m, \sigma_1, \dots, \sigma_m]$$

El vector θ se denomina vector de *variables objetivo* y está compuesto por los parámetros sobre los cuales se desea optimizar. El vector σ se denomina vector de *variables de control*, cada componente de este vector se asocia con un componente del vector objetivo y se utiliza como argumento para la aplicación del operador de mutación.

A partir de un conjunto de individuos, definimos las poblaciones de *padres* e *hijos* como

Población de Padres = $\mathbf{P}_p = \{\mathbf{a}_1, \dots, \mathbf{a}_\mu\}$, $\mathbf{P}_p \in \mathbf{I}^\mu$.

Población de Hijos = $\mathbf{P}_h = \{\mathbf{a}'_1, \dots, \mathbf{a}'_\lambda\}$, $\mathbf{P}_h \in \mathbf{I}^\lambda$.

Se asocia a cada individuo un valor real denominado *aptitud* a través de una función Φ que toma como argumento el vector de variables objetivo del individuo, y que debe representar la calidad del individuo como solución al problema de optimización, de manera que los mejores individuos tengan un valor de aptitud más alto que los peores. Generalmente Φ será igual a la función objetivo que se busca maximizar, cumpliéndose la siguiente igualdad

$$\Phi(\mathbf{a}) = f(\theta)$$

en donde θ es el vector de variables objetivo del individuo $\mathbf{a}$.

El operador de *recombinación* $r : \mathbf{I}^\mu \rightarrow \mathbf{I}^\lambda$, permite generar la población de hijos a partir de la de los padres mediante la mezcla de la información codificada en los individuos. El operador de recombinación se puede considerar como la aplicación repetida (λ veces) de los operadores de selección, *se*, y cruce, *cr*. En cada aplicación se genera un nuevo hijo. El operador *se*, escoge de manera aleatoria a los individuos necesarios para la cruce entre la población de padres. El operador *cr* genera los valores de las variables del nuevo hijo como un promedio pesado entre los valores de los individuos que selecciona el operador *se*.

El operador de *mutación* $m : \mathbf{I}^\lambda \rightarrow \mathbf{I}^\lambda$, aplica pequeños cambios en los valores de los componentes de cada individuo de la población de hijos. Inicialmente se

mutan las variables de control y los valores obtenidos son utilizados para mutar los componentes del vector de variables objetivo, de la siguiente manera

$$\begin{aligned}\sigma'_i &= \sigma_i \exp[\tau N(0, 1) + \tau N_i(0, 1)] \\ \theta'_i &= \theta_i + N(0, \sigma_i)\end{aligned}$$

$$i = 1, \dots, m$$

$$\tau' = \frac{1}{\sqrt{2\sqrt{m}}}$$

$$\tau = \frac{1}{\sqrt{2m}}$$

$N(0, 1)$ es un número aleatorio de una distribución normal con media cero, que se genera al inicio de la mutación del individuo y que permanece fijo al mutar cada componente.

$N_i(0, 1)$ es un número aleatorio de una distribución normal con media cero, generado para cada componente.

Los valores σ'_i y θ'_i sustituyen a los valores σ_i y θ_i en el individuo sobre el que se aplica la mutación.

El proceso de *selección* permite generar la nueva población de padres, escogiendo para ello a los μ mejores individuos de acuerdo a su valor de aptitud. En este sentido, encontramos dos versiones del operador de selección, cada una de las cuales origina una estrategia evolutiva distinta. La primera versión selecciona a los μ mejores individuos de la población generada por la unión de padres e hijos, $s_{(\mu+\lambda)} : \mathbf{I}^{\mu+\lambda} \rightarrow \mathbf{I}^{\mu}$, su aplicación da lugar a la denominada *Estrategia Evolutiva* $(\mu + \lambda)$. La segunda versión opera sobre la población de hijos solamente, $s_{(\mu, \lambda)} : \mathbf{I}^{\lambda} \rightarrow \mathbf{I}^{\mu}$, escogiendo a los μ mejores individuos entre ellos, dando lugar a la denominada *Estrategia Evolutiva* (μ, λ) , en la que necesariamente $\mu \leq \lambda$. En la *Estrategia Evolutiva* $(\mu + \lambda)$, un individuo de la población de padres sobrevive indefinidamente, hasta que se genera un número suficiente de hijos que lo superen, o por lo menos, lo igualen en aptitud, mientras que en la *Estrategia Evolutiva* (μ, λ) un padre vive solamente una generación.

El algoritmo general de una estrategia evolutiva se resume a continuación

- 1.- Generar $\mathbf{P}_{p,0} = \{\mathbf{a}_1, \dots, \mathbf{a}_{\mu}\}$
- 2.- Evaluar Aptitud $\Phi(\mathbf{P}_{p,0}) = \{\Phi(\mathbf{a}_1), \dots, \Phi(\mathbf{a}_{\mu})\}$
- 3.- Iniciar contador de generaciones, $g = 0$.
- 4.- Mientras (*criterio de paro*($\mathbf{P}_{p,g}$) = *false*)
 - Recombinar $r(\mathbf{P}_{p,g}) \rightarrow \mathbf{P}_{h,g} = \{\mathbf{a}_1, \dots, \mathbf{a}_{\lambda}\}$
 - Mutar $m(\mathbf{P}_{h,g}) \rightarrow \mathbf{P}_{h,g} = \{\mathbf{a}'_1, \dots, \mathbf{a}'_{\lambda}\}$
 - Seleccionar
 - $s_{(\mu+\lambda)}(\mathbf{P}_{p,g} \cup \mathbf{P}_{h,g}) = \mathbf{P}_{p,g+1}$
 - $s_{(\mu, \lambda)}(\mathbf{P}_{h,g}) = \mathbf{P}_{p,g+1}$
 - Incrementar generaciones, $g = g + 1$.
- 5.- Fin

El criterio de paro puede establecerse mediante un número fijo de generaciones, mediante una diferencia pequeña entre la aptitud del mejor y del peor

individuo o cuando algún individuo alcance un valor de aptitud apropiado al problema de optimización.

4. Registro de Imágenes Basado en Estrategias Evolutivas

En esta sección se presenta un algoritmo de registro, el cual utiliza las estrategias evolutivas como técnica de optimización sobre los residuos en los puntos de las imágenes a registrar.

La codificación de cada individuo contiene como variables objetivo los parámetros de la transformación utilizada para realizar el registro

$$\mathbf{I} = \mathbf{a} = \{\theta_1, \dots, \theta_m, \sigma_1, \dots, \sigma_m\}$$

de manera que cada individuo representa una transformación $T(\theta)$ distinta.

Tomando en cuenta que nuestra implementación de estrategias evolutivas trabaja bajo un esquema de maximización (una simple modificación convierte el algoritmo en minimizador), la función de aptitud se eligió de manera que su valor fuera inversamente proporcional al residual

$$\Phi(\mathbf{a}) = \frac{1}{1 + \frac{1}{N} \sum_{\mathbf{x}_i \in CI} |r(\mathbf{x}_i)|} = \frac{1}{1 + \frac{1}{N} \sum_{\mathbf{x}_i \in CI} |I_1[T(\theta, \mathbf{x}_i)] - I_2(\mathbf{x}_i)|}$$

θ , vector de variables objetivo del individuo $\mathbf{a}$.

CI , conjunto de puntos utilizado para realizar la comparación entre las imágenes.

N , cardinalidad del conjunto CI .

En lugar de utilizar todos los puntos de la imagen para realizar la comparación, lo que haría la evaluación de la función de aptitud muy cara, se utiliza un conjunto reducido de puntos de interés CI , que pueden escogerse equiespaciados sobre la imagen de referencia o aleatoriamente distribuidos sobre toda la imagen mediante una distribución uniforme en las coordenadas. En este último caso, el conjunto puede renovarse al transcurrir un número fijo de generaciones, dando buenos resultados al trabajar con imágenes ruidosas.

El número de puntos utilizados para evaluar la aptitud, dependerá de la variabilidad de las intensidades de las imágenes a registrar y del tamaño de las mismas. En la práctica hemos obtenido buenos resultados utilizando alrededor del 0.5 % de los puntos de la imagen.

La función de aptitud asigna a cada individuo un valor en el intervalo $(0, 1]$, variando de la *no correspondencia* hasta la *correspondencia perfecta*, evaluada sobre el conjunto CI .

Es posible relacionar un error promedio en el registro, en base a la función de aptitud

$$\text{error promedio}(\mathbf{a}) = \frac{1}{\Phi(\mathbf{a})} - 1$$

lo cual puede utilizarse como un criterio de paro del algoritmo, al detener la búsqueda cuando algún individuo alcance un valor de aptitud que tenga asociado un error promedio menor a una tolerancia definida por el usuario. la valoración de este error promedio, se debe tomar en cuenta el rango de intensidades de las imágenes a registrar.

La aplicación de este algoritmo se beneficia notablemente de la utilización de una representación multiescala de las imágenes a registrar. Este esquema produce un arreglo piramidal de imágenes aplicando sucesivamente las operaciones de filtrado y submuestreo, en ese orden, sobre las imágenes originales. El filtrado puede realizarse mediante la convolución de la imagen con un kernel gaussiano, por ejemplo. En cada nivel del arreglo piramidal identificamos par de imágenes producto de las imágenes objetivo y de referencia cada una, las cuales aplicamos el algoritmo de registro, comenzando en el nivel más y transportando la solución de cada nivel al nivel inmediato inferior, terminando en el más bajo, en el cual las imágenes originales son registradas. En cada nivel, se genera una nueva población, en la que se siembra el individuo con mayor aptitud obtenido en el nivel inmediato inferior y el resto de la población se genera aleatoriamente sobre un espacio centrado en las variables objetivo del individuo sembrado, la amplitud de dicho espacio puede reducirse entre niveles ya que suponemos que el óptimo está siendo acotado. Deberá tenerse cuidado de reescalar los parámetros que son afectados por la escala al transportar soluciones entre niveles, como puede ser el caso de los parámetros relacionados con la traslación. El esquema multiescala permite tratar con problemas de do y de grandes transformaciones, ya que produce la eliminación de estructuras débiles y además es posible trabajar con un número reducido de puntos en niveles más altos [8].

5. Resultados

Para evaluar el desempeño del algoritmo propuesto, se comparó con el método de Gauss-Newton el cual se aplicó para realizar la minimización de la Suma de Diferencias al Cuadrado SSD, sobre todos los puntos de la imagen

$$f(\theta) = \sum_{i=0}^N [r(\mathbf{x}_i)]^2 = \sum_{i=0}^N \{I_1 [T(\theta, \mathbf{x}_i)] - I_2(\mathbf{x}_i)\}^2$$

La comparación, se realizó a través de transformaciones afines sintéticas aplicadas a diferentes imágenes bidimensionales. Para este caso la transformación de coordenadas puede escribirse

$$T(x, y) = \begin{bmatrix} \theta_1 & \theta_2 \\ \theta_3 & \theta_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \theta_5 \\ \theta_6 \end{bmatrix}$$

y como se señaló en la Sección 2, esta transformación es la composición una rotación, un escalamiento, un cizallamiento y una traslación

$$T(x, y) = RECx + t \quad (3)$$

$$R = \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix}, \text{ matriz de rotación de un ángulo } \alpha.$$

$$E = \begin{bmatrix} e_x & 0 \\ 0 & e_y \end{bmatrix}, \text{ matriz de escalamiento con factores } e_x, e_y.$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & c_x \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ y } \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ c_y & 1 \end{bmatrix}, \text{ matriz de cizallamiento sobre eje } x \text{ o sobre eje } y, \text{ respectivamente.}$$

$$t = \begin{bmatrix} t_1 \\ t_2 \end{bmatrix}, \text{ vector de traslación.}$$

Las pruebas se realizaron generando valores aleatorios para ángulos, factores de escala, cizallamiento y traslación mediante una distribución uniforme sobre intervalos numéricos cuya amplitud se fue aumentando gradualmente, y construyendo las transformaciones afines determinadas por los valores generados. Para cada intervalo, se produjo un conjunto de 20 transformaciones. Se aplicaron las transformaciones a las imágenes seleccionadas y se probaron los algoritmos sobre ellas, obteniendo como resultado para cada problema los 6 parámetros de una transformación afín. De estos parámetros se recuperaron el ángulo de rotación, factores de escala, cizallamiento y traslación. Dichos valores se obtuvieron mediante las siguientes relaciones [3]

$$\begin{aligned} e_x &= \sqrt{\theta_1^2 + \theta_3^2}, \quad e_y = \frac{\theta_1\theta_4 - \theta_2\theta_3}{\sqrt{\theta_1^2 + \theta_3^2}} \\ \sin \alpha &= \frac{\theta_3}{e_x}, \quad \cos \alpha = \frac{\theta_1}{e_x} \\ c_x &= \frac{\theta_1\theta_2 + \theta_2\theta_4}{\sqrt{\theta_1^2 + \theta_3^2}} \\ t_1 &= \theta_5, \quad t_2 = \theta_6 \end{aligned}$$

Las relaciones anteriores son válidas bajo el supuesto de que la multiplicación de matrices se realizó en el orden que especifica la ecuación 3 y que no se realizó cizallamiento en el eje y .

Los valores encontrados se compararon con los reales.

Los intervalos numéricos para los valores aleatorios de ángulos, factores de escala, cizallamiento y traslación, para cada conjunto de transformaciones se muestran en la Tabla 1

Ambos métodos se ejecutaron bajo un esquema multiescala utilizando pirámides gaussianas de 4 niveles. Se utilizó una Estrategia Evolutiva (50 + 250). Se utilizó como punto inicial de ambos algoritmos la transformación identidad. Para el algoritmo Gauss-Newton, se permitió un máximo de 1000 iteraciones en cada nivel, pudiendo terminar en caso de que no se produjeran cambios significativos sobre el vector de parámetros. En el caso de estrategias evolutivas, se utilizaron 256 píxeles para evaluar la función de aptitud en cada nivel. Se

Par	1er. Con.	2do. Con.	3er. Con.	4to. Con.	5to. Con.
θ	$\pm 10^\circ$	$\pm 20^\circ$	$\pm 30^\circ$	$\pm 40^\circ$	$\pm 50^\circ$
e_x	$1 \pm 0,1$	$1 \pm 0,2$	$1 \pm 0,3$	$1 \pm 0,4$	$1 \pm 0,5$
e_y	$1 \pm 0,1$	$1 \pm 0,2$	$1 \pm 0,3$	$1 \pm 0,4$	$1 \pm 0,5$
c_x	$\pm 0,1$	$\pm 0,2$	$\pm 0,3$	$\pm 0,4$	$\pm 0,5$
t_1	± 10 pixs	± 20 pixs	± 30 pixs	± 40 pixs	± 50 pixs
t_2	± 10 pixs	± 20 pixs	± 30 pixs	± 40 pixs	± 50 pixs

Cuadro 1: Conjuntos de transformaciones

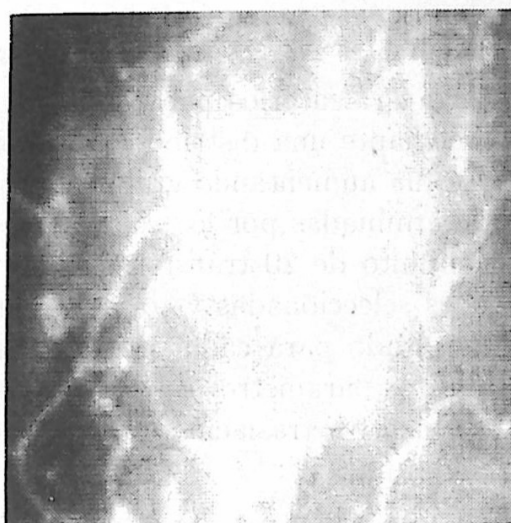


Figura 1: Angiograma

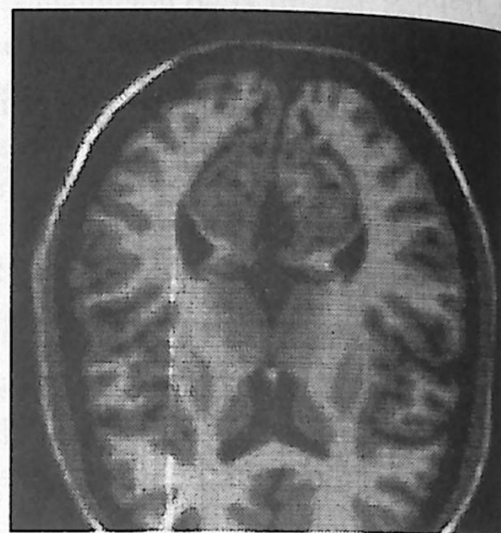


Figura 2: Cerebro (MR-T1)

permitió un máximo de 500 generaciones y el algoritmo terminaba al encontrar una diferencia de aptitud menor a 0.001 entre el mejor y el peor individuo de la población o al producir un individuo con aptitud mayor a 0.99.

Para realizar las comparaciones se utilizaron como imágenes de referencia, un angiograma con un tamaño de 128×128 píxeles, y una imagen de resonancia magnética obtenida del simulador de resonancias magnéticas del Instituto Neurológico de la Universidad de Montreal [9], con un tamaño de 256×256 píxeles. A partir de la aplicación de las transformaciones afines aleatorias sobre estas imágenes, se obtuvieron las imágenes objetivo.

Los resultados para ambas imágenes se muestran en las Tablas 2, 3, 4 y 5. En tales tablas el símbolo Δ representa el error promedio sobre alguno de los parámetros, medido sobre los problemas que fueron resueltos con éxito (se consideró un éxito cuando error para el ángulo de rotación fue menor a un grado y el error en cualquiera de las componentes de traslación fuera menor a un píxel).

Se repitieron las pruebas utilizando transformaciones de la imagen de resonancia magnética perturbada con 9% de ruido como imagen objetivo y como imagen de referencia la misma resonancia sin ruido. El valor del ruido agregado es el máximo producido por el simulador. Los resultados se observan en las Tablas 6 y 7.

Conj.	Algor.	$\Delta\theta$	Δe_x	Δe_y	Δc_x	Δt_1	Δt_2
1ro.	G-N	0,0021°	0,0000	0,0000	0,0000	0,0022	0,0033
	E-Ev.	0,0412°	0,0032	0,0017	0,0028	0,2163	0,0938
2do.	G-N	0,0001°	0,0000	0,0000	0,0000	0,0007	0,0001
	E. Ev.	0,0752°	0,0020	0,0020	0,0021	0,1484	0,1006
3ro.	G-N	0,0043°	0,0001	0,0000	0,0002	0,0053	0,0083
	E. Ev.	0,0667°	0,0036	0,0014	0,0045	0,1581	0,0741
4to.	G-N	0,0004°	0,0000	0,0000	0,0000	0,0009	0,0002
	E. Ev.	0,1732°	0,0033	0,0020	0,0035	0,1264	0,0785
5to.	G-N	0,0001°	0,0000	0,0000	0,0000	0,0006	0,0001
	E. Ev.	0,0994°	0,0030	0,0041	0,0037	0,1621	0,1828

Cuadro 2: Resultados obtenidos con la imagen del angiograma

Conjunto	Algor.	Tiempo	%éxito
1ro. Conj.	G-N	5,9s	65 %
	E-Ev.	15,2s	100 %
2do. Conj.	G-N	5,6s	75 %
	E-Ev.	18,9s	90 %
3ro. Conj.	G-N	6,2s	65 %
	E-Ev.	21,0s	100 %
4to. Conj.	G-N	3,8s	50 %
	E-Ev.	16,0s	80 %
5to. Conj.	G-N	2,05s	25 %
	E-Ev.	14,65s	70 %

Cuadro 3: Comparación de velocidad y convergencia para la imagen del angiograma

Conj.	Algor.	$\Delta\theta$	Δe_x	Δe_y	Δc_x	Δt_1	Δt_2
1ero.	G-N	0,0003°	0,0000	0,0000	0,0000	0,0005	0,0005
	E. Ev.	0,0010°	0,0000	0,0000	0,0000	0,0043	0,0035
2do.	G-N.	0,0008°	0,0000	0,0000	0,0000	0,0008	0,0009
	E. Ev.	0,0010°	0,0000	0,0000	0,0000	0,0048	0,0037
3ero.	G-N	0,0000°	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
	E. Ev.	0,0011°	0,0000	0,0000	0,0000	0,0052	0,0041
4to.	G-N	0,0000°	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
	E. Ev.	0,0657°	0,0012	0,0010	0,0020	0,0369	0,0443
5to.	G-N.	0,0000°	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
	E. Ev.	0,0018°	0,0000	0,0000	0,0000	0,0080	0,0062

Cuadro 4: Resultados obtenidos con la imagen de resonancia

Conjunto	Algor.	Tiempo	%éxito
1ro. Conj.	G-N	16,8s	100 %
	E-Ev.	19,8s	100 %
2do. Conj.	G-N	13,75s	90 %
	E-Ev.	17,9s	90 %
3ro. Conj.	G-N	11,75s	80 %
	E-Ev.	16,3s	80 %
4to. Conj.	G-N	3,90s	55 %
	E-Ev.	12,0s	80 %
5to. Conj.	G-N	7,4s	45 %
	E-Ev.	18,6s	80 %

Cuadro 5: Comparación de velocidad y convergencia para la imagen de resonancia

Conj.	Algor.	$\Delta\theta$	Δe_x	Δe_y	Δc_x	Δt_1	Δt_2
1ro.	G-N	0,0095°	0,0002	0,0002	0,0003	0,0360	0,0408
	E. Ev.	0,0794°	0,0014	0,0010	0,0023	0,2250	0,2402
2do.	G-N.	0,0142°	0,0003	0,0003	0,0004	0,0543	0,0399
	E. Ev.	0,0618°	0,0019	0,0010	0,0030	0,2428	0,1976
3ro.	G-N	0,0095°	0,0003	0,0003	0,0005	0,0562	0,0437
	E. Ev.	0,0588°	0,0009	0,0008	0,0021	0,1279	0,1406
4to.	G-N	0,0073°	0,0001	0,0000	0,0003	0,0274	0,0191
	E. Ev.	0,0613°	0,0007	0,0006	0,0015	0,0922	0,1252
5to.	G-N.	0,0066°	0,0002	0,0002	0,0008	0,0210	0,0245
	E. Ev.	0,0789°	0,0015	0,0007	0,0026	0,1494	0,2006

Cuadro 6: Resultados obtenidos con la imagen de resonancia con ruido

Conjunto	Algor.	Tiempo	%éxito
1ro. Conj.	G-N	49,1s	100 %
	E-Ev.	16,55s	100 %
2do. Conj.	G-N	36,25s	90 %
	E-Ev.	14,5s	90 %
3ro. Conj.	G-N	27,3s	75 %
	E-Ev.	11,5s	70 %
4to. Conj.	G-N	21,85s	45 %
	E-Ev.	10,7s	65 %
5to. Conj.	G-N	17,55s	45 %
	E-Ev.	9,2s	55 %

Cuadro 7: Comparación de velocidad y convergencia para la imagen de resonancia con ruido

6. Conclusiones y Trabajo Futuro

De las comparaciones realizadas podemos afirmar que el algoritmo propuesto presentó un mejor desempeño que el algoritmo tradicional; esto basado solamente en el porcentaje de éxito obtenido. Sin embargo, el algoritmo brinda una menor precisión y requiere generalmente de más tiempo para su ejecución que el algoritmo tradicional. Lo anterior nos lleva a pensar en la implementación de una metodología híbrida que combine la robustez de las estrategias evolutivas con la gran precisión y rapidez de los métodos tradicionales.

Agradecimientos

El primer autor agradece al CONACyT el apoyo para realizar sus estudios de Maestría y continuar estudiando el Doctorado en Ciencias en el CIMAT. El segundo autor reconoce apoyo parcial del CONACyT a través del proyecto No. I-39324-A. Los dos últimos autores reconocen apoyo a través del proyecto No. 34575-A.

Referencias

- [1] Lisa Gottesfeld, Brown. A survey of image registration techniques. ACM Computing Surveys, 24(4):325-376, December 1992. <http://citeseer.nj.nec.com/gottesfeldbrown92survey.html>.
- [2] J. B. A. Maintz and M. A. Viergever, "A survey of medical image registration," Medical Image Analysis 2(1), pp. 1-36, 1998. (Web version: [http://www.oup.co.uk/media/j/hdb/Volume 02/Issue 01/](http://www.oup.co.uk/media/j/hdb/Volume%2002/Issue%2001/)). <http://citeseer.nj.nec.com/maintz98survey.html>
- [3] K. Voss and H. Suesse. Comunicaciones Técnicas del CIMAT, 05.06.2001, I-01-06 (CC).
- [4] Héctor Fernando Gómez García. "Estrategias Evolutivas aplicadas al problema del registro de imágenes". Tesis de Maestría. Centro de Investigación en Matemáticas, Departamento de Computación. Guanajuato, Gto., Agosto de 2002.
- [5] Ingo Rechenberg. Evolutionsstrategie: Optimierung technischer Systeme nach Prinzipien der biologischen Evolution. FrommannHolzboog, Stuttgart, 1973.
- [6] Hans-Paul Schwefel. Evolutionsstrategie und numerische Optimierung. Dr.-Ing. Thesis, Technical. University of Berlin, Department of Process Engineering, 1975.
- [7] Thomas Bäck. Evolutionary Algorithms in Theory and Practice. Oxford University Press. New York, 1996.

- [8] Tony Lindeberg. Scale space theory in computer vision. Kluwer academic publishers. Netherlands, 1994.
- [9] <http://www.bic.mni.mcgill.ca/brainweb/>
- [10] C.A. Cocosco, V. Kollokian, R.K.-S. Kwan, A.C. Evans : "BrainWeb: line Interface to a 3D MRI Simulated Brain Database". *NeuroImage*, vol.5, no.4, part 2/4, S425, 1997. Proceedings of 3-rd International Conference on Functional Mapping of the Human Brain, Copenhagen, May 1997.
- [11] R.K.-S. Kwan, A.C. Evans, G.B. Pike : "MRI simulation-based evaluation of image-processing and classification methods". *IEEE Transactions on Medical Imaging*. 18(11):1085-97. Nov1999.
- [12] R.K.-S. Kwan, A.C. Evans, G.B. Pike : "An Extensible MRI Simulator for Post-Processing Evaluation". *Visualization in Biomedical Computing (VBC'96)*. Lecture Notes in Computer Science. vol. 1131. Springer-Verlag, 1996. 135-140.
- [13] D.L. Collins, A.P. Zijdenbos, V. Kollokian, J.G. Sled, N.J. Kabani, C.J. Holmes, A.C. Evans : "Design and Construction of a Realistic Digital Brain Phantom". *IEEE Transactions on Medical Imaging*, vol.17, No.3, p.463-468, June 1998.